

Задаци - трећа недеља

задаци са * су посебно важни

1. * Нека је $\alpha \in \mathbb{R}$. Израчунати Маклоренов развој функције $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (1+x)^\alpha$ и испитати његову конвергенцију.
2. * Израчунати Тејлоров развој до четвртог степена, у околини нуле, функције $\operatorname{tg} x$.
3. Доказати неједнакост $\operatorname{tg} x > x + \frac{x^3}{3}$ на интервалу $(0, \frac{\pi}{2})$.
4. * Израчунати $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - x}{\operatorname{tg} x - x}$.
5. * Израчунати Пеанов облик Тејлоровог развоја у нули функције

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ e^{-1/x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

6. Нека је f аналитичка у x_0 и g аналитичка у $f(x_0)$. Доказати да је $g \circ f$ аналитичка у x_0 .
7. Нека је $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ неконстантна аналитичка функција. Доказати да f има само изоловане нуле.